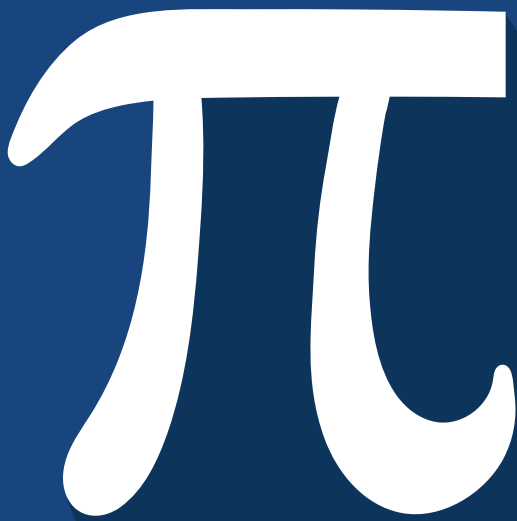


O'dan Dereceye Sınava Hazırlanma El Kitabı

Haydar Kotil

II. Genişleme Paketi

AYT | Matematik



ÖNSÖZ

Sınava hazırlanma sürecinde maalesef pek çok insan çok çalışarak yahut sadece çok çalışmak marifetiyle başarılı olacağına inanıyor. Başarısız olduklarında bunu yeterince çalışmamış olmalarına bağlıyorlar lakin hakikat bundan çok uzakta. Pek çok öğrenci, gecesini gündüzüne katıp çalışmasına rağmen istediği başarıyı elde edemiyor. Aradığınız başarıya ulaşabilmek için genel geçer bir yol haritasına ve bu haritadan istifade edebilmek için gerekli kabiliyetleri kazanmaya ihtiyacınız var.

Elinizdeki bu kitap bir konu anlatım kitabı yahut soru bankası değildir. Bu kitapta müfredattaki bilgileri papağan gibi her kısım ve detayıyla tekrar eden anlatımlar ya da daha marjinal nasıl olunabilirin ispatı sayısız sorular bulunmuyor.

Bu kitap Sınava Hazırlanma El Kitabı isimli yepyeni bir kitap tarzının ilk örneğidir. Bu kitap sizlere disiplinleri, konuları öğretmek için değil, sizleri bir bütün halinde sınava hazırlamak için özel olarak tasarlandı. Her bir bölüm ve kısmında bu eğitim, sistem ve piyasasının sizde oluşturduğu darboğazları çözmek için hazırlandı.

Yıllar içerisinde sizler gibi pek çok öğrenciyi izleyerek, gözlemleyerek hazırladığım bu kitabın hepinize çok fayda vereceğinden eminim.

Yolunuzun ve bahtınızın açık olması dileklerimle.

Haydar KOTİL
Şişli, Mart/2026

3.Gün | Diziler

Diziler

Dizi, pozitif tam sayılar kümesinden reel sayılar kümesine tanımlanan fonksiyondur.

- $f(n) = a_n$ olmak üzere $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ 'dir.

Dizi genellikle, $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots)$ şeklinde gösterilir. Bu dizide a_1 dizinin birinci terimi, a_2 dizinin ikinci terimi, a_n dizinin n.terimi ya da genel terimidir.

Örneğin: $a_n = 3n - 1$ şeklinde tanımlanan dizide, $a_1 = 2, a_2 = 5, a_3 = 8, a_4 = 11, \dots$ olur.

Aritmetik Dizi

Ardışık terimleri arasındaki farkın sabit olduğu dizilere **aritmetik dizi** denir.

Ortak Fark (d): Aritmetik dizilerde herhangi bir terim ile bir önceki terim arasındaki fark sabittir.

- $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = d \rightarrow \boxed{a_{n+1} - a_n = d}$

Genel Terim: Dizinin herhangi bir terimini, ilk terim ve ortak fark cinsinden bulmak için kullanılır.

Aritmetik dizide ortak fark d olduğundan:

$$\begin{array}{ll} a_2 = a_1 + d & 2. \text{ terim: } a_2 = a_1 + 1d \\ a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d & 3. \text{ terim: } a_3 = a_1 + 2d \\ a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d & 4. \text{ terim: } a_4 = a_1 + 3d \\ a_5 = a_4 + d & 5. \text{ terim: } a_5 = a_1 + 4d \\ \dots & \dots \end{array}$$

Burada dikkat edilirse $\rightarrow$

- Yani n. terime gelene kadar ilk terime $n - 1$ kez ortak fark eklenir. Bu nedenle aritmetik dizinin genel terimi $\boxed{a_n = a_1 + (n - 1)d}$ olur.

Aritmetik Dizilerde Ortalama: Bir (a_n) aritmetik dizisinde a_{n-p} ve a_{n+p} terimleri, a_n terimine eşit uzaklıktadır. Bu nedenle a_n , bu iki terimin **aritmetik ortalamasına** eşittir.

- $\boxed{a_n = \frac{a_{n-p} + a_{n+p}}{2}}$

Aritmetik Dizilerde Toplam Formülü: Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n ile gösterilir. Bu toplam, terim sayısının yarısı ile ilk ve son terimin toplamının çarpılmasıyla bulunur:

- $\boxed{S_n = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}}$

Geometrik Dizi

Ardışık terimleri arasındaki oranın sabit olduğu dizilere **geometrik dizi** denir.

Ortak Çarpan (r): Herhangi bir terimin bir önceki terime oranı sabittir.

- $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = r \rightarrow \boxed{\frac{a_{n+1}}{a_n} = r}$

Genel Terim: Dizinin herhangi bir terimini, ilk terim ve ortak çarpan cinsinden bulmak için kullanılır.

Geometrik dizide ortak çarpan r olduğundan:

$$\begin{array}{ll} a_2 = a_1 \cdot r & 2. \text{ terim: } a_2 = a_1 \cdot r^1 \\ a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r \cdot r = a_1 \cdot r^2 & 3. \text{ terim: } a_3 = a_1 \cdot r^2 \\ a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^2 \cdot r = a_1 \cdot r^3 & 4. \text{ terim: } a_4 = a_1 \cdot r^3 \\ a_5 = a_4 \cdot r = a_1 \cdot r^3 \cdot r = a_1 \cdot r^4 & 5. \text{ terim: } a_5 = a_1 \cdot r^4 \\ \dots & \dots \end{array}$$

Burada dikkat edilirse $\rightarrow$

- Yani n. terime gelene kadar ilk terim $(n - 1)$ kez r ile çarpılır. Bu nedenle geometrik dizinin genel terimi: $\boxed{a_n = a_1 \cdot r^{n-1}}$ şeklinde yazılır.

Geometrik Dizilerde Ortalama: Bir a_n geometrik dizisinde a_{n-p} ve a_{n+p} terimleri, a_n terimine eşit uzaklıktadır. Bu nedenle a_n , bu iki terimin **geometrik ortalamasına** eşittir.

- $\boxed{a_n = \sqrt{a_{n-k} \cdot a_{n+k}}}$

Geometrik Dizilerde Toplam Formülü: Bir geometrik dizide ilk n terimin toplamı S_n , dizinin ilk terimi a_1 ve ortak çarpanı (r) kullanılarak bulunur.

- $\boxed{S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}}$ ($r \neq 1$ olmak üzere)

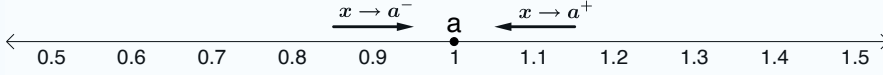
3.Gün | Limit

Limit ve Süreklilik

Yaklaşım Kavramı

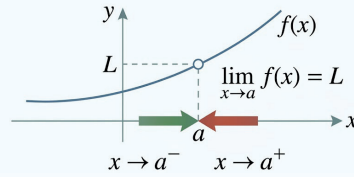
Bir fonksiyonda x değişkeninin belirli bir a değerine sağdan veya soldan yaklaşmasıdır.

- **Soldan Yaklaşma ($x \rightarrow a^-$):** a 'ya, a 'dan küçük değerlerle (sayı doğrusunda solundan) yaklaşmaktır.
- **Sağdan Yaklaşma ($x \rightarrow a^+$):** a 'ya, a 'dan büyük değerlerle (sayı doğrusunda sağından) yaklaşmaktır.



Limit Nedir?

Bir $f(x)$ fonksiyonunda, değişken olan x belirli bir a sayısına (hem sağdan hem de soldan) yaklaşırken; fonksiyonun aldığı değerler de sabit bir L sayısına yaklaşıyorsa, bu L değerine "fonksiyonun $x = a$ noktasındaki limiti" denir.



Limitin Olması için Gereken Şartlar

Bir fonksiyonun $x = a$ noktasında limitinin olabilmesi için sağ limitinin sol limitine eşit olması zorunludur.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ ise limit yoktur.}$$

Bir fonksiyonun bir noktada limitinin olması için o noktada tanımlı olma zorunluluğu yoktur. (Grafikte içi boş nokta limitin oluşmasına engel değildir).

Belirsizlik Durumları

Limit değeri yerine yazıldığında sonuç reel sayı çıkmıyorsa belirsizlik vardır. Belirsizlik giderilmeden limit bulunmaz.

- $\frac{0}{0}$ **Belirsizliği:** Belirsizliği yaratan çarpanları yok etmek için pay ve payda çarpanlarına ayrılır veya eşlenikle çarpılır, sadeleştirme yapıldıktan sonra limit değeri tekrar yerine yazılır.

$$\text{Örneğin: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizlik fark edildikten sonra } \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4$$

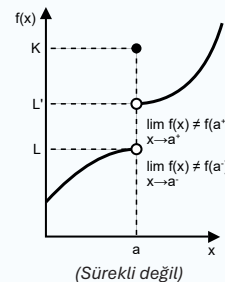
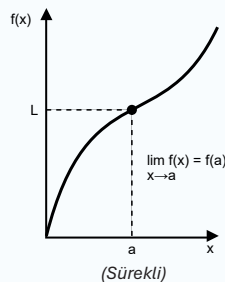
- $\frac{\infty}{\infty}$ **Belirsizliği:** En büyük dereceli terimler birbirine oranlanır ve limite öyle devam edilir. (Diğer küçük dereceli terimler ihmal edilir).

$$\text{Örneğin: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x}{x^2 - 1} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizlik fark edildikten sonra } \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x^2} = 5$$

Süreklilik Nedir?

Bir fonksiyonun grafiğini kalem kağıttan hiç kaldırmadan çizabiliyorsak o fonksiyon **sürekli**dir. Matematiksel olarak $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasında sürekli olması için **üç şartın** birden sağlanması gerekir:

1. **Tanımlılık:** Fonksiyon o noktada tanımlı olmalıdır. ($f(a)$ bir reel sayı olmalı)
2. **Limitin Varlığı:** Fonksiyonun o noktada limiti olmalıdır. ($\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$).
3. **Eşitlik:** Limitin değeri, fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne (değerine) eşit olmalıdır. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

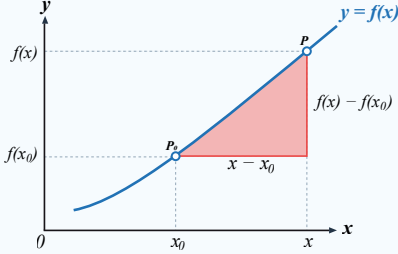


3.Gün | Türev

Türev

Değişim Hızı ve Türev

Bir $f(x) = y$ fonksiyonun $[x_1, x_2]$ aralığında gösterdiği ortalama değişim, $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ oranı ile hesaplanır. Eğer bu değişim oranını belirli bir aralıkta değil de tam o anda hesaplırsak, bulduğumuz değere fonksiyonun **türevi** adını veririz.



- Bir $f(x)$ fonksiyonunun tam $x = x_0$ anındaki değişim oranını bulmak istersek $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ limit değerini kullanırız. Bu limit değeri $x = x_0$ noktasındaki $f(x)$ 'in türevidir ve $f'(x_0)$ ile ifade edilir.

Türev Tanımının Dönüşümü

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ türev limitinde, paydadaki $x - x_0$ farkına h denilirse ($x - x_0 = h$), $x \rightarrow x_0$ durumu $h \rightarrow 0$ haline dönüşür ve x yerine $x_0 + h$ denilir. Bu dönüşüm limite uygulandığında, $f(x)$ 'in x_0 noktasındaki türevi için şu formülü elde ederiz: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

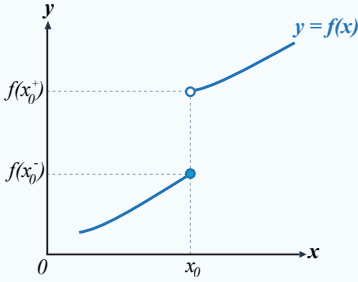
Bu formülü genel bir x değişkeni için uyarladığımızda ise türev fonksiyonunun temel genel tanımına ulaşırız: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$

Bu limite $f(x)$ 'in türevi denir ve sorularda karşımıza $f'(x)$, $\frac{df(x)}{dx}$ ya da $\frac{dy}{dx}$ gösterimleriyle çıkar.

Türev - Süreklilik İlişkisi

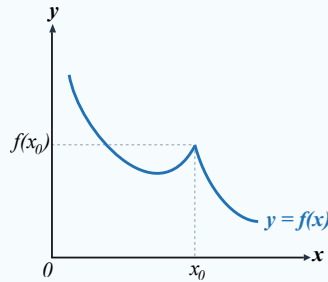
Bir fonksiyonun $x = x_0$ noktasında türevli olabilmesi için öncelikle bu noktada sürekli olması gerekir. Ancak süreklilik tek başına türev için yeterli değildir. Fonksiyon x_0 noktasında sürekli olsa bile, sağdan ve soldan türev değerleri birbirine eşit değilse bu noktada türev yoktur. Yani bir fonksiyonun o noktada türevlenebilir olması için;

- $f(x_0^+) = f(x_0^-) = f(x_0)$ ve $f'(x_0^+) = f'(x_0^-) = f'(x_0)$ şartlarını sağlaması gerekir.



Süreklilik olmadığı için x_0 konumunda $f(x)$ 'in türevi yoktur.

$$f(x_0^+) \neq f(x_0^-)$$



Süreklilik olduğu halde x_0 konumunda $f(x)$ 'in kınılma noktası yani sağdan ve soldan yaklaşıldığında alınan türevlerin değerleri aynı değildir dolayısıyla $f(x)$ 'in x_0 konumunda türevi yoktur.

$$f'(x_0^+) \neq f'(x_0^-)$$

Türev Alma

$f(x) = ax^n + c$ gibi bir $f(x)$ ifadesinin türevi alındığında x 'in mevcut derecesi (üssü) başa katsayı olarak çarpım durumunda geçer ve ardından x 'in derecesi bir azaltılır. Örneğin açılımı verilmiş $f(x)$ ifadesinin türevi aşağıdaki gibi olur:

$$f(x) = ax^n + c \quad f'(x) = n \cdot ax^{n-1}$$

Örneğin; $f(x) = x^3 + 3x^2 + 7x + 13$ ifadesinin türevi alındığında,

$f'(x) = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot 3x^1 + 1 \cdot 7x^0$ yani $f'(x) = 3x^2 + 6x + 7$ değerini elde ederiz. "13" sabit sayı değeri bir değişkene bağlı olmadığı için türevi 0'a eşittir.

Sabit Fonksiyonun Türevi

Herhangi bir değişkene bağlı olmayan sabit fonksiyonların türevi daima sıfıra eşittir. Yani c bir reel sayı olmak üzere;

$$f(x) = c \text{ ise } f'(x) = 0 \text{ 'dır.}$$

3.Gün | Türev

Türev

Türev - Teğet Doğrusu Eğimi İlişkisi

Bir fonksiyonun grafiği üzerinde seçilen bir noktadaki türev değeri, o noktadan çizilen **teğet doğrusunun eğimini** verir.

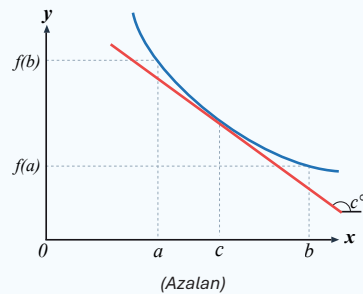
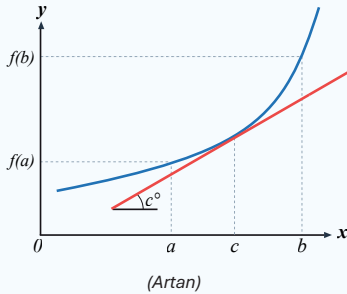
Bir başka ifadeyle, bir fonksiyonun belirli bir noktada ne kadar hızlı arttığını ya da azaldığını fonksiyonun o noktadaki türevi gösterir. Eğer teğetin eğimi pozitif ise fonksiyon artan bir eğilim gösterir, teğetin eğimi negatif ise fonksiyon azalan bir eğilim gösterir. Bu yüzden bir aralıkta:

- $f'(x) > 0$ ise fonksiyon artan,
- $f'(x) < 0$ ise fonksiyon azalan olur.

Fonksiyonların Artan ya da Azalan Olduğu Aralıkları Bulma

Herhangi bir fonksiyonun verilen aralıkta artan ya da azalan olduğunu bulmak için grafik incelendiğinde $a < b$ olduğu durumda $f(a) < f(b)$ ise fonksiyon artandır, $f(a) > f(b)$ ise fonksiyon azalandır.

Aşağıdaki örnekleri incelediğimizde;



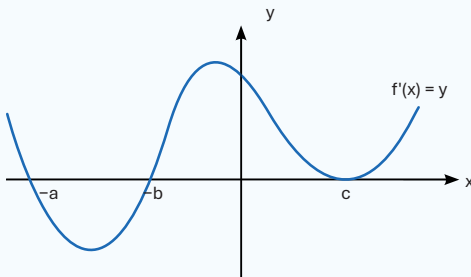
Soldaki fonksiyonda $[a, b]$ aralığından bir c noktası seçilip $f(x)$ fonksiyonuna bu noktadan bir teğet çizilmiştir. Grafikte, bu teğet doğrusunun x eksenine yaptığı pozitif yönlü açının (c°) dar açı olduğu görülür. Dar açıların tanjant değeri pozitif olduğundan bu teğetin eğimi pozitiftir. Bir noktadaki teğetin eğimi fonksiyonun o noktadaki türevine eşit olduğu için c noktasındaki türev sıfırdan büyüktür: $f'(c) > 0$. Bu durum, fonksiyonun bu aralıkta artan olduğunu ispatlar.

Sağdaki fonksiyonda ise çizilen teğetin x eksenine yaptığı pozitif yönlü açının (c°) geniş açı olduğu görülür. Geniş açıların tanjant değeri negatif olduğundan, bu teğetin eğimi negatiftir. Dolayısıyla fonksiyonun bu noktadaki türevi sıfırdan küçüktür: $f'(c) < 0$. Bu durum da fonksiyonun bu aralıkta azalan olduğunu gösterir.

Türev Grafiği Verilen Bir Fonksiyonun Artan ve Azalan Olduğu Aralıkların İncelenmesi

Bir $f(x)$ fonksiyonunun birinci türevinin ($f'(x)$) grafiği verildiğinde, asıl fonksiyonun ($f(x)$) artan veya azalan olduğu aralıkları bulmak için grafiğin eğimine değil, işaretine bakılır. Türev grafiğinin x ekseninin üstünde kaldığı aralıklarda $f'(x) > 0$ 'dır. Teğet eğiminin pozitif olması anlamına da gelen bu durum, asıl fonksiyon olan $f(x)$ 'in bu aralıkta artan olduğunu gösterir. Türev grafiğinin x ekseninin altında kaldığı aralıklarda $f'(x) < 0$ 'dır. Teğet eğiminin negatif olduğu bu durum ise, $f(x)$ fonksiyonunun bu aralıkta azalan olduğunu gösterir.

Türev grafiğinin x eksenini kestiği noktalar ise ($f'(x) = 0$), yani fonksiyonun artıştan azalışa veya azalıştan artışa geçtiği kritik noktalar. Bu noktalar, artan ve azalan aralıklar kümesi ifade edilirken kapalı aralığın sınırları olarak kümeye dahil edilir.



Örnek: Sol tarafta $f'(x)$ grafiği verilen fonksiyonun azalan ve artan olduğu aralıkları şu şekilde yazılır:

- $f(x)$ 'in azalan aralığı: $[-a, -b]$
- $f(x)$ 'in artan aralığı: $[-\infty, -a] \cup [-b, \infty)$
- c noktası x eksenine teğet olduğu için bir kök olmasına rağmen artandan azalana geçiş yapmadığı için türevin işareti değişmez. İşaret değişmediği için fonksiyonun artanlık durumu bozulmaz.

3.Gün | Türev

Türev

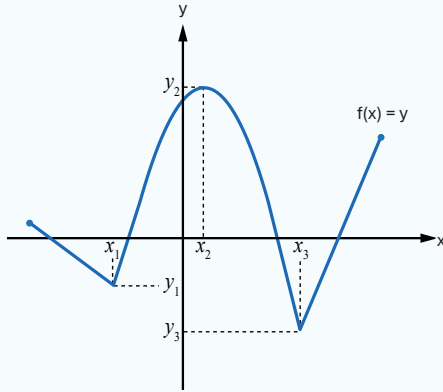
Ekstremler Noktaları

Sürekli bir fonksiyonun eğer varsa artandan azalana geçtiği noktalara o fonksiyonun **yerel maksimum noktası**, azalandan artana geçtiği noktalara ise **yerel minimum noktası** denir. Yerel maksimum ve yerel minimum noktalarının genel adına ise fonksiyonun **ekstremler noktaları** denir. Fonksiyonun bu ekstremler noktalarda aldığı sonuçlara yani y eksenindeki karşılıklarına da sırasıyla **yerel maksimum değeri** ve **yerel minimum değeri** adı verilir.

Bir fonksiyonun belirli bir aralıkta (veya tüm tanım kümesinde) birden fazla yerel ekstremler noktası bulunabilir. Fonksiyonun verilen tanım aralığı boyunca aldığı en büyük değere **mutlak maksimum değeri**, en küçük değere ise **mutlak minimum değeri** denir. Bu değerleri veren x noktalarına ise sırasıyla **mutlak maksimum noktası** ve **mutlak minimum noktası** denir.

Örneğin:

Aşağıda bulunan $f(x)$ fonksiyonun tanımlı olduğu aralıktaki ekstremler noktalarını şu şekilde bulunur:



- Yerel maksimum noktaları için $f(x)$ fonksiyonun artandan azalana geçtiği noktalar tespit edilir; (x_2, y_2)
- Yerel minimum noktaları için $f(x)$ fonksiyonun azalandan artana geçtiği noktalar tespit edilir; (x_1, y_1) (x_3, y_3)
- Mutlak maksimum noktası için yerel ekstremler noktalarından görüntüsü en büyük olan değer tespit edilir; (x_2, y_2)
- Mutlak minimum noktası için yerel ekstremler noktalarından görüntüsü en küçük olan değer tespit edilir; (x_3, y_3)

Denklemleri Verilen Fonksiyonun Yerel Ekstremler Noktalarının Tespiti

Sürekli ve türevlenebilir bir $f(x)$ fonksiyonunun yerel ekstremler noktalarını bulmak için;

- **Türevin Hesaplanması:** Fonksiyonun birinci türevi alınarak sıfıra eşitlenir; zira bir fonksiyonun artanlıktan azalanlığa veya azalanlıktan artanlığa geçtiği bu noktalarda çizilen teğetin eğimi sıfırdır.
- **Kritik Noktaların Bulunması:** $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri ve türevi tanımsız yapan x değerleri tespit edilir.
- **İşaret Tablosu (Artan-Azalan İncelemesi):** Bulunan kritik noktalar için birinci türevin işaret tablosu yapılır. Türevin işareti- nin (+)'dan (-)'ye geçtiği noktalar yerel maksimum, (-)'den (+)'ya geçtiği noktalar ise yerel minimum noktası olarak belirlenir. İşaret değişmiyorsa o nokta ekstremler noktası değildir. Nitekim eşitsizlikler konusunda öğrendiğimiz gibi, işaret tablosunda ki çift katlı köklerde işaret değişmediği için fonksiyon yön değiştirmez.

Örneğin:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} - 7$ fonksiyonun ekstremler noktalarını bulunuz.

$f'(x) = x^4 - x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^2 - 1) = 0$, eşitliğin kökleri; -1, 0 ve 1'dir. Buna göre $f'(x)$ 'in işaret tablosunu oluşturulur.

	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	-	+
$f(x)$		↗	↘	↗	
		$f(-1)$	$f(0)$	$f(1)$	
		Yerel	Çift katlı	Yerel	
		Maksimum	kök işaret	Minimum	
		Değeri	değişmez	Değeri	

- Yerel maksimum noktası: $(-1, -\frac{103}{15})$
- Yerel minimum noktası: $(1, -\frac{107}{15})$

3.Gün | Türev

Türev Egzersizleri - 1

Aşağıda verilen türev alma kurallarını yazınız.

1 $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$(f^n(x))' = n \cdot f'(x) \cdot f(x)^{n-1}$$

4 $(f(x) + g(x))' =$

$$(f(x) - g(x))' =$$

$$(f \circ g)'(x) =$$

$$(f(x) \cdot g(x))' =$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' =$$

$$(f^n(x))' =$$

2 $(f(x) + g(x))' =$

$$(f(x) - g(x))' =$$

$$(f \circ g)'(x) =$$

$$(f(x) \cdot g(x))' =$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' =$$

$$(f^n(x))' =$$

5 $(f(x) + g(x))' =$

$$(f(x) - g(x))' =$$

$$(f \circ g)'(x) =$$

$$(f(x) \cdot g(x))' =$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' =$$

$$(f^n(x))' =$$

3 $(f(x) + g(x))' =$

$$(f(x) - g(x))' =$$

$$(f \circ g)'(x) =$$

$$(f(x) \cdot g(x))' =$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' =$$

$$(f^n(x))' =$$

6 $(f(x) + g(x))' =$

$$(f(x) - g(x))' =$$

$$(f \circ g)'(x) =$$

$$(f(x) \cdot g(x))' =$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' =$$

$$(f^n(x))' =$$

3.Gün | Türev

Türev Egzersizleri - 2

Aşağıda yer alan fonksiyonların türevlerini bulunuz.

1 $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$

6 $f(x) = \frac{1}{x^2} - 4x$

11 $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

2 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 1$

7 $f(x) = \sqrt{x} + x^2$

12 $f(x) = \frac{1}{x+2}$

3 $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5$

8 $f(x) = 3\sqrt{x} - 2x^3$

13 $f(x) = (x^3 - 2x)(x^2 + 5)$

4 $f(x) = (x^2 + 1)(x - 3)$

9 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$

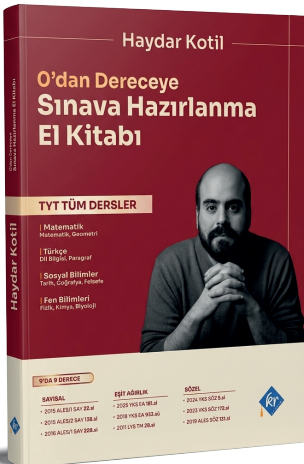
14 $f(x) = (2x^2 - 3x + 1)^4$

5 $f(x) = (2x - 1)(x^2 + 4)$

10 $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{x^2}$

15 $f(x) = 2x^6 + 6x^4 - x^3 - 3x$

1) $f'(x) = 6x - 5$ 2) $f'(x) = 3x^2 - 8x + 6$ 3) $f'(x) = 8x^3 - 6x$ 4) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$ 5) $f'(x) = 6x^2 - 2x + 8$ 6) $f'(x) = -\frac{2}{x^3} - 4$ 7) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2x$ 8) $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 6x^2$ 9) $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$
10) $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ 11) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ 12) $f'(x) = \frac{-1}{(x+2)^2}$ 13) $f'(x) = 5x^4 + 9x^2 - 10$ 14) $f'(x) = 4(4x - 3)(2x^2 - 3x + 1)^3$ 15) $f'(x) = 12x^5 + 24x^3 - 3x^2 - 3$



“TYT konu eksiklerinizi tamamlamak için kalan sürede en büyük yardımcınız.”

Kitap 3 gün önce elime ulaştı, 90 net civarındayım şuan 110+ net için satın almıştım. Kitap gerçekten çok güzel hazırlanmış, özellikle fen kısmı çok aydınlatıcı olmuş. Şuan 45 net yapan kişi bile bu kitapla 80+ net yapar diye düşünüyorum.



Kitabı incelemek ve daha fazlası için QR'ı okutunuz.

Tek Kitap

TYT'nin Tamamı

Sadece 7 Gün

3.Gün | Türev

Türev Egzersizleri - 3

Aşağıda yer alan fonksiyonların türevlerini bulunuz.

1 $f(x) = 2x^4 - 5x^3 + 7x - 1$

8 $f(x) = (2x^2 - 3x + 1)^5$

15 $f(x) = 6x^5 - \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 - 9$

2 $f(x) = \frac{4}{x^3} - x^2$

9 $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x}$

16 $f(x) = (x^2 + x)(x - 1)$

3 $f(x) = \sqrt{x} + 3x$

10 $f(x) = x^2(x^3 - 4x)$

17 $f(x) = \frac{1}{(3x + 2)^2}$

4 $f(x) = (3x - 2)(x^2 + 4)$

11 $f(x) = \frac{x^2}{x + 1}$

18 $f(x) = \frac{3x}{(x^2 + 1)}$

5 $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 3}$

12 $f(x) = (\sqrt{x} + 2)^3$

19 $f(x) = (1 - x^4)^3$

6 $f(x) = \frac{x^2}{4} + 3x - 8$

13 $f(x) = (2x + 3)^2$

20 $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 - x)$

7 $f(x) = \frac{5}{x} + 2x$

14 $f(x) = (x^2 - 4x + 1)^3$

21 $f(x) = 4x^3 - 7x^2 + x - 9$

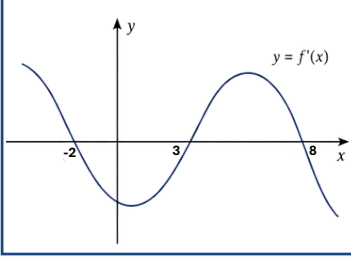
1) $f'(x) = 8x^3 - 15x^2 + 7$ 2) $f'(x) = \frac{-12}{x^4} - 2x$ 3) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$ 4) $f'(x) = 9x^2 - 4x + 12$ 5) $f'(x) = -\frac{7}{(x-3)^2}$ 6) $f'(x) = \frac{x}{2} + 3$ 7) $f'(x) = -\frac{5}{x^2} + 2$ 8) $f'(x) = 5(2x^2 - 3x + 1)^4(4x - 3)$
 9) $f'(x) = \frac{(3x^2 + 2)}{2\sqrt{(x^3 + 2x)}}$ 10) $f'(x) = 5x^4 - 12x^2$ 11) $f'(x) = \frac{(x^2 + 2x)}{(x + 1)^2}$ 12) $f'(x) = \frac{3(\sqrt{x} + 2)^2}{2\sqrt{x}}$ 13) $f'(x) = 8x + 12$ 14) $f'(x) = 3(x^2 - 4x + 1)^2 \cdot (2x - 4)$ 15) $f'(x) = 30x^4 - 2x^3 + 6x$ 16) $f'(x) = 3x^2 - 1$
 17) $f'(x) = -\frac{6}{(3x+2)^2}$ 18) $f'(x) = \frac{3-3x^2}{(x^2+1)^2}$ 19) $f'(x) = -12x^3(1-x^4)^2$ 20) $f'(x) = 5x^4 - 1$ 21) $f'(x) = 12x^2 - 14 + 1$

3.Gün | Türev

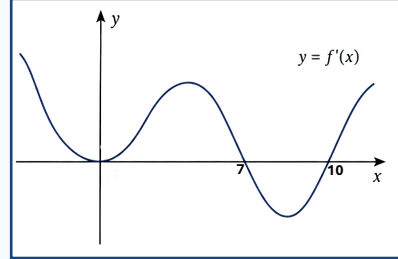
Türev Egzersizleri - 4

Aşağıdaki türev grafiği verilen fonksiyonların artan ve azalan oldukları aralıkları bulunuz.

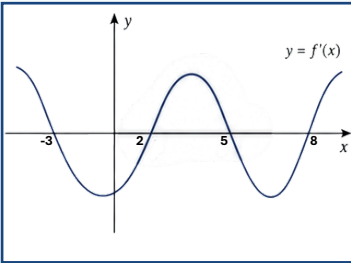
1



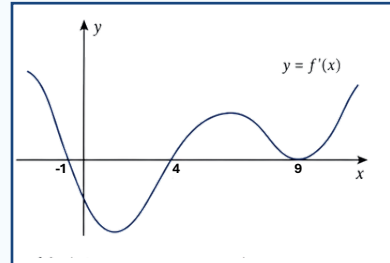
5



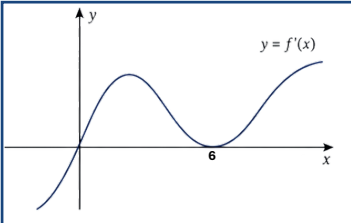
2



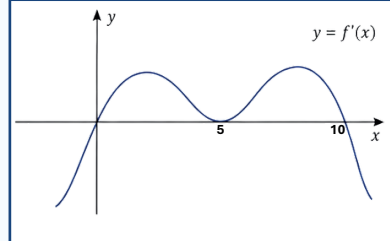
6



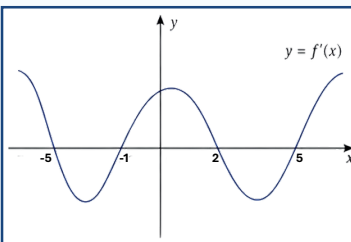
3



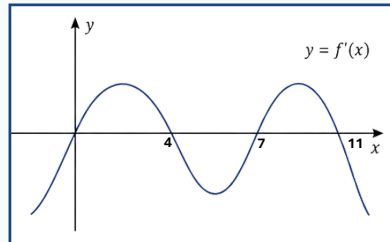
7



4



8



- 1) Artan: $(-\infty, -2] \cup [3, 8]$ Azalan: $[-2, 3] \cup [8, \infty)$ 2) Artan: $(-\infty, -3] \cup [2, 5] \cup [8, \infty)$ Azalan: $[-3, 2] \cup [5, 8]$ 3) Artan: $[0, \infty)$ Azalan: $(-\infty, 0]$
 4) Artan: $(-\infty, -5] \cup [-1, 2] \cup [5, \infty)$ Azalan: $[-5, -1] \cup [2, 5]$ 5) Artan: $(-\infty, 7] \cup [10, \infty)$ Azalan: $[7, 10]$ 6) Artan: $(-\infty, -1] \cup [4, \infty)$ Azalan: $[-1, 4]$
 7) Artan: $[0, 10]$ Azalan: $(-\infty, 0] \cup [10, \infty)$ 8) Artan: $[0, 4] \cup [7, 11]$ Azalan: $(-\infty, 0] \cup [4, 7] \cup [11, \infty)$

3.Gün | Türev

Türev Egzersizleri - 5

Aşağıda yer alan fonksiyonların türevlerini alarak ekstremum noktalarını bulunuz.

1 $f(x) = x^3 - 3x$	6 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$	11 $f(x) = -x^2 - 6x + 4$
2 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$	7 $f(x) = x^4 + \frac{8x^3}{3} + 2x^2$	12 $f(x) = -2x^3 - 9x^2 + 15$
3 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$	8 $f(x) = -x^3 + 12x - 3$	13 $f(x) = -\frac{3x^4}{2} + 4x^3 - 3x^2 + 8$
4 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 11$	9 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$	14 $f(x) = x^3 - 3x + 4$
5 $f(x) = x^2 - 4x + 1$	10 $f(x) = -x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 12x - 7$	15 $f(x) = -2x^4 + 16x^3 - 36x^2$

- 1) Yerel maksimum: $(-1, 2)$ | Yerel minimum: $(1, -2)$ 2) Yerel maksimum: $(0, 5)$ | Yerel minimum: $(2, 1)$ 3) Yerel maksimum: $(2, 5)$ | Yerel minimum: $(0, 1)$
4) Yerel maksimum: $(-3, 16)$ | Yerel minimum: $(1, -16)$ 5) Yerel minimum: $(2, -3)$ 6) Yerel minimum: $(-1, 1)$ ve $(1, 1)$ | Yerel maksimum: $(0, 2)$
7) Yerel minimum: $(0, 0)$ | $x = -1$ 'de ekstremum yok. 8) Yerel minimum: $(-2, -19)$ | Yerel maksimum: $(2, 13)$ 9) Yerel maksimum: $(-1, 14)$ | Yerel minimum: $(2, -13)$
10) Yerel maksimum: $(-1, 2)$ ve $(3, 2)$ | Yerel minimum: $(1, -14)$ 11) Yerel maksimum: $(-3, 13)$ 12) Yerel minimum: $(-3, -12)$ | Yerel maksimum: $(0, 15)$
13) Yerel maksimum: $(0, 8)$ | $x = 1$ 'de ekstremum yok. 14) Yerel maksimum: $(-1, 6)$ | Yerel minimum: $(1, 2)$ 15) Yerel maksimum: $(0, 0)$ | $x = 3$ 'te ekstremum yok.

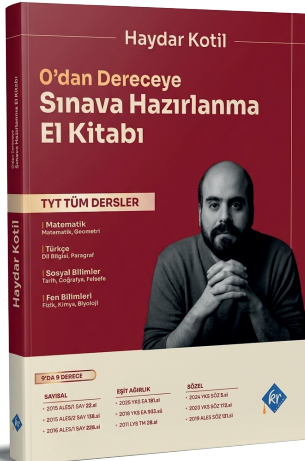
3.Gün | Türev

Türev Egzersizleri - 6

Aşağıdaki problemleri çözünüz.

1	Bir otomobil saatte V km sabit hızla giderken, 1 saatte tükettiği yakıt miktarı litre cinsinden, $f(V) = \frac{V^2}{200} - V + 72$ fonksiyonuyla modellenmektedir. Bu otomobil, aralarında 400 km mesafe bulunan iki şehir arasında yolculuk yapacaktır. Buna göre toplam yakıt tüketiminin en az olması için otomobilin hızı saatte kaç km olmalıdır?	3	Bir teknoloji mağazası bir kulaklığı x TL fiyatla satarsa ayda $(300 - x)$ adet sattığını tahmin etmektedir. Kulaklığın birim maliyeti 60 TL olduğuna göre, mağazanın bu satıştan elde edeceği kârın maksimum olması için satış fiyatı kaç TL olacaktır?
2	Bir tarım uçağı saatte V km hızla ilaçlama yaparken, 1 saatte tükettiği ilaç miktarı litre cinsinden, $L(V) = \frac{V^3}{300} - \frac{V^2}{5} + 12V$ fonksiyonuyla modellenmektedir. Uçak toplam 120 km uzunluğundaki bir hattı ilaçlayacaktır. Buna göre toplam harcanan ilacın minimum olması için uçağın hızı saatte kaç km olmalıdır?	4	Bir çiftçi, bir kenarı nehir olacak şekilde dikdörtgen biçiminde bir bahçe oluşturacaktır. Bahçenin yalnızca üç kenarı çitle çevrilecektir. Oluşturulacak bahçenin alanı 1800 m^2 olduğuna göre, kullanılacak çitin uzunluğunun en az olması için nehire paralel olan kenar kaç metre olmalıdır?

1) 120 km/sa 2) 30 km/sa 3) 180 TL 4) 60 metre



“TYT’yi 1 Haftada Tamamen ÖSYM odaklı tekrar edin.”

@haydarkotil

Kitabı aldım ve tam ihtiyacıma yönelik olduğunu düşünüyorum. Geçen sene tyt fen çalışmam allak bullak olmuştu içine düştüğüm bilgilerden dolayı bu yüzden haydar abinin tyt fen olsun diğer dersler olsun konulara olan yaklaşımı çok hoşuma gitti. Eline sağlık abi tam gaz devam.



Kitabı incelemek ve daha fazlası için QR’i okutunuz.

Tek Kitap

TYT’nin Tamamı

Sadece 7 Gün

3.Gün | İntegral

İntegral

İntegral Nedir?

İntegral, bir fonksiyonun ters türevini bulma işlemidir. Başka bir ifadeyle, türevi verilen bir fonksiyondan başlangıç fonksiyonuna ulaşmayı sağlar. Bir $f(x)$ fonksiyonunun integrali, $\int f'(x)dx = f(x) + c$ şeklinde gösterilir.

Örneğin; $f(x) = x^2 + 5$ ve $g(x) = x^2 - 3$ fonksiyonlarının her ikisinin de türevi $2x$ 'tir. Bu durum tersten düşünüldüğünde, türevi $2x$ olan orijinal fonksiyonu bulmak için integral alındığında, başlangıçtaki sabit sayının $+5$ mi, -3 mü yoksa başka bir sayı mı olduğunu bilmek imkânsızdır. Bu yüzden tüm olası sabitleri temsilen sonuca c eklenir:

$$\bullet \int 2x \, dx = x^2 + c$$

Temel Kural: Belirsiz integralde x^n formundaki bir ifadenin integralini alırken kullanılan en temel kural şudur:

Kuvvet 1 arttırılır ve elde edilen yeni sayıya bölünür ($n \neq -1$ şartıyla).

$$\text{Örneğin; } \int x^4 \, dx = \frac{x^{4+1}}{4+1} + c = \frac{x^5}{5} + c$$

"dx" Ne İşe Yarar?

İntegral sembolünün sonundaki dx , dy , dt gibi ifadeler integralin **hangi değişkene göre** alınacağını söyler.

- $\int 2x \, dx = x^2 + c$ (Değişken x 'tir, x 'e göre integral alınır.)
- $\int 2x \, dt = 2xt + c$ (Değişken t 'dir. İçerideki $2x$ tamamen sabit bir sayı gibi işleme tabi tutulur.)

Temel Kurallar ve İntegralin Özellikleri

Belirsiz integralde işlemleri hızlandırmak için şu temel özellikler kullanılır:

- Sabit Çarpanın Dışarı Çıkması:** İntegralin içindeki sabit bir çarpan, işlemin dışına atılabilir.

$$\text{Örneğin; } \int 5x^2 \, dx = 5 \int x^2 \, dx$$

- Toplama ve Çıkarma (Parçalama):** Parantez içindeki toplama veya çıkarma durumundaki ifadeler, ayrı ayrı integraller hâlinde yazılıp çözülebilir. Ancak çarpma veya bölme işlemlerinde bu kural uygulanamaz.

$$\text{Toplama işlemi için örnek } \rightarrow \int (x^2 + 3x) \, dx = \int x^2 \, dx + \int 3x \, dx$$

$$\text{Çıkarma işlemi için örnek } \rightarrow \int (4x^3 - 2x) \, dx = \int 4x^3 \, dx - \int 2x \, dx$$

Diferansiyel Kavramı

Türevlenebilir bir $f(x)$ fonksiyonu için, $d(f(x))$ ifadesine $f(x)$ fonksiyonunun **diferansiyeli** denir. Diferansiyel alınırken " $d(f(x)) = f'(x)dx$ " kuralı ile hesaplanır. Yani bir fonksiyonun diferansiyelini almak demek, türevini alıp sonuna dx (veya değişken neyse onu) eklemek demektir.

Örneğin; $y = x^3 + 5x$ ise bu ifadenin diferansiyeli $dy = (3x^2 + 5)dx$ olur.

Türev ve İntegral İlişkisi (Birbirini Yok Etme Özelliği)

Önce İntegral, Sonra Türev Alınıyorsa: En dıştaki işlem türev olduğu için (türevde sabit sayılar sıfırlandığından) sonuçta integral sabiti (c) bulunmaz. İçerideki fonksiyon hiçbir değişime uğramadan aynen dışarı çıkar.

$$\bullet \frac{d}{dx} \int f(x) \, dx = f(x)$$

Önce Türev, Sonra İntegral Alınıyorsa: Yapılan en son işlem integral olduğu için, fonksiyon dışarı çıkarken sonuna mutlaka $+c$ (integral sabiti) eklenmelidir.

$$\bullet \int \left(\frac{d}{dx} f(x) \right) dx = f(x) + c$$

3.Gün | İntegral

İntegral

Değişken Değiştirme (u Dönüşümü)

Standart integral alma kuralları ile çözülmesi zor veya oldukça karmaşık olan integralleri, daha sade ve hesaplanabilir bir forma dönüştürmek için **değişken değiştirme** yöntemi kullanılır. Değişken değiştirme yöntemine başvurulabilmesi için, integrali alınacak ifadenin içinde, bir fonksiyonun kendisi ile o fonksiyonun türevi, çarpım ya da bölüm durumunda bir arada bulunmalıdır.

Adım Adım u Dönüşümü:

- 1. u seçilir:** İntegralin içinde, türevi de çarpan olarak bulunan asıl fonksiyona u denir.
- 2. Diferansiyel Alınır:** Eşitliğin her iki tarafının diferansiyeli alınarak dx'li ifade du cinsinden yazılır.
- 3. İntegral Yeniden Yazılır:** İntegral x değişkeninden arındırılarak sadece u ve du barındıran basit bir formata dönüştürülür.
- 4. İntegral Çözülür:** Temel kurallarla u'lu integral çözülür ve en son adımda u bulunan yere başlangıçtaki x'li ifade geri yazılır.

Örneğin; $\int (x^2 + 5)^3 \cdot 2x \, dx$ integralinin değişken değiştirme yöntemiyle çözümü incelendiğinde:

- $x^2 + 5 = u$ denilirse, diferansiyeli $2x \, dx = du$ olur.
- İntegral şu formata dönüşür: $\int u^3 \, du$
- Elde edilen ifadenin integrali alınır: $\frac{u^4}{4} + c$
- Sonuçta u yerine başlangıçtaki eşiti yazılarak işlem tamamlanır: $\frac{(x^2 + 5)^4}{4} + c$

Belirli İntegral (Sınırları Olan İntegral)

Belirli integralde hesaplamaya alt ve üst sınırlar dâhil edilir. Bu sürecin sonunda x'e bağlı bir denklem değil, daima net bir gerçek sayı elde edilir. Sınırlar üzerinden net bir değer hesaplandığı için belirli integral işlemlerinde "c" sabiti kullanılmaz.

- "a" alt sınır, "b" üst sınır olmak üzere belirli integral şu şekilde gösterilir: $\int_a^b f(x) \, dx$

Nasıl Hesaplanır?

Önce içerideki fonksiyonun belirsiz integralini alırız (f(x)). Ardından bulduğumuz bu fonksiyonda önce üst sınırı (b), sonra alt sınırı (a) yerine yazar ve birbirinden çıkarırız:

$$\int_a^b f'(x) \, dx = f(b) - f(a)$$

Örneğin: $\int_1^3 2x \, dx$ integralini hesaplayalım.

- $2x$ 'in integrali $\frac{2x^2}{2}$ 'dir.
- İntegrali alınan ifadenin sağına alt ve üst sınırlar yerleştirilir: $x^2 \Big|_1^3$
- Üst sınır hesaplanır: $x = 3$ için $x^2 = 9$
- Alt sınır hesaplanır: $x = 1$ için $x^2 = 1$
- Üst sınırdan alt sınır çıkartılır ve verilen integralin değeri bulunur: $9 - 1 = 8$.

Belirli İntegralin Özellikleri

- 1. Sınırlar Aynıysa Sonuç Sıfırdır:** Alt ve üst sınır birbirine eşitse, alan oluşmayacağı için sonuç direkt 0 olur.

$$\int_a^a f(x) \, dx = 0$$

- 2. Sınırlar Yer Değiştirirse İşaret Değişir:** Alt ve üst sınırın yerleri değişirse, integralin sonucu eksi (-) ile çarpılır.

$$\int_a^b f(x) \, dx = - \int_b^a f(x) \, dx$$

- 3. İntegrali Parçalama Özelliği:** a ile b arasında bir c noktası varsa, integral bu noktadan ikiye bölünebilir.

$$\int_a^b f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx$$

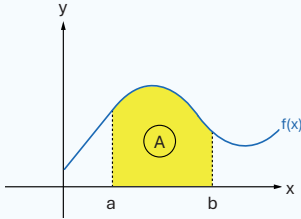
3.Gün | İntegral

İntegral

Belirli İntegral ile Alan Hesabı

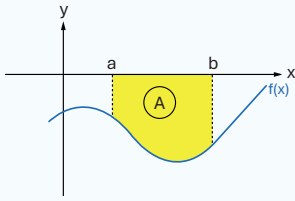
Belirli integralin geometrik anlamı, fonksiyon grafikleri ile eksenler arasında kalan sınırlı bölgenin alanıdır. Ancak geometri kuralları gereği alan hiçbir zaman negatif olamaz. Bu yüzden hesaplama yaparken fonksiyonların analitik düzlemdeki konumlarına dikkat edilerek işlem yapılmalıdır.

Eğri ile x Eksenini Arasında Kalan Alan



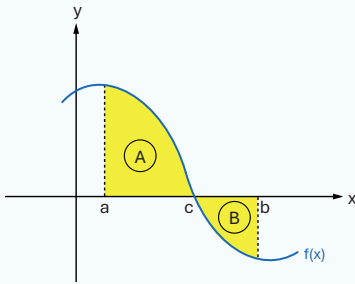
Eksenin Üstü: Eğri x ekseninin üstündeyse, integralin sonucu pozitifdir ve direkt alanı verir.

$$A = \int_a^b f(x) dx$$



Eksenin Altı: Eğri x ekseninin altındaysa, o bölgenin integrali negatif çıkar. Alanı bulmak için integralin sonucunu eksi (-) ile çarpılarak pozitif yapılır.

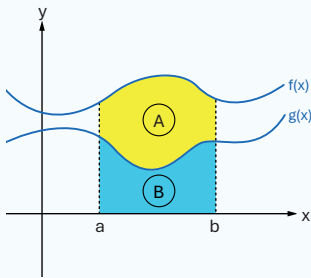
$$A = - \int_a^b f(x) dx$$



$y = f(x)$ fonksiyonu hem pozitif hem negatif değer alıyorsa ise

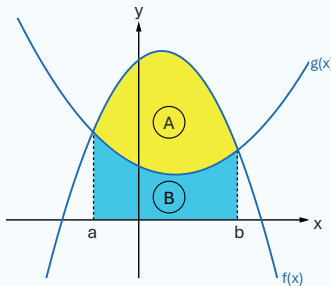
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & a \leq x \leq c \\ -f(x), & c \leq x \leq b \end{cases} \text{ ise } (A+B)'nin alanı \quad A + B = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$$

İki Fonksiyon Arasında Kalan Alan



$f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri ile $x = a$ ve $x = b$ doğruları arasında kalan sınırlı bölgenin alanını bulmak için, daima üstteki fonksiyondan alttaki fonksiyon çıkarılarak integral alınır.

$$\text{Alan } [(A+B)-B] \quad A = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$



Kesişen iki fonksiyon arasında kalan alanı bulmak için:

- Fonksiyonların kesişim noktaları bulunur. İki fonksiyonun kesiştiği noktaları bulmak için fonksiyonlar birbirine eşitlenir: $f(x) = g(x)$
- Bu denklem çözülerek kesişim noktalarının x değerleri bulunur. Bu değerler genellikle a ve b ile gösterilir.
- Hangi fonksiyonun üstte olduğu belirlenir: $[a, b]$ aralığında grafiklere bakılarak ya da aralıktan bir değer seçilerek hangi fonksiyonun daha büyük olduğu anlaşılır.
- Alan integrali yazılarak üstteki fonksiyondan alttaki fonksiyon çıkarılır ve kesişim noktaları arasında integral alınır.

$$\text{Alan } [(A+B)-B] \quad A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

3.Gün | İntegral**İntegral Egzersizleri - 1**

Aşağıda verilen belirli integrallerin sonucunu bulunuz.

1 $\int_0^2 (x^3 + 2x) dx =$

5 $\int_{-2}^0 (x^2 - 3x) dx =$

2 $\int_{-1}^1 (3x^2 + 4) dx =$

6 $\int_1^2 (x^4 + 1) dx =$

3 $\int_1^3 (2x - 5) dx =$

7 $\int_{-1}^2 (2x^2 - x + 3) dx =$

4 $\int_0^1 (4x^3 - x^2 + 2) dx =$

8 $\int_1^4 (3x^2 - 2x + 1) dx =$

1) 8 2) 10 3) -2 4) $\frac{8}{3}$ 5) $\frac{26}{3}$ 6) $\frac{36}{5}$ 7) $\frac{27}{2}$ 8) 51

3.Gün | İntegral

İntegral Egzersizleri - 2

Aşağıda verilen belirli integrallerin sonucunu bulunuz.

1 $\int_1^2 (4x^3 - 2x)dx =$

5 $\int_{-1}^0 (5x^4 + 2x^3)dx =$

2 $\int_0^3 (x^2 + 1)dx =$

6 $\int_2^3 (6x^2 - 2)dx =$

3 $\int_{-2}^1 (3x^2 - 4x)dx =$

7 $\int_0^1 (x^3 + x^2 + x)dx =$

4 $\int_1^4 (2x - 3)dx =$

8 $\int_{-1}^2 (x^2 - x + 2)dx =$

1) 12 2) 12 3) 15 4) 6 5) $\frac{1}{2}$ 6) 36 7) $\frac{13}{12}$ 8) $\frac{15}{2}$

3.Gün | İntegral

İntegral Egzersizleri - 3

Aşağıda verilen belirli integralleri değişken değiştirme yöntemini kullanarak çözünüz.

1 $\int_{-1}^1 3x^2(x^3+2)^2 dx =$

4 $\int_0^1 \frac{2x}{(x^2+3)^2} dx =$

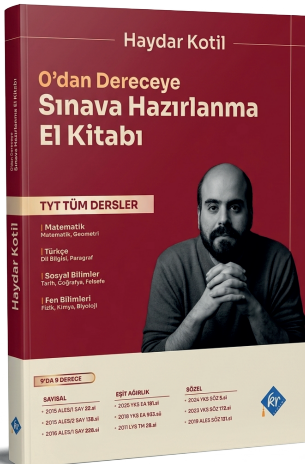
2 $\int_{-1}^0 3x^2(x^3+1)^4 dx =$

5 $\int_1^2 (2x-2)(x^2-2x+3)^2 dx =$

3 $\int_1^2 \frac{4x}{(2x^2+1)^2} dx =$

6 $\int_0^2 (x+1)\sqrt{x^2+2x} dx =$

1) $\frac{26}{3}$ 2) $\frac{1}{5}$ 3) $\frac{2}{9}$ 4) $\frac{1}{12}$ 5) $\frac{19}{3}$ 6) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$



“TYT’yi 1 Haftada Tamamen ÖSYM odaklı tekrar edin.”

@haydarkotil

Matematikte 5-6 net yapıyordum daha problemlere başlamadım 13-14lere çıktım. İnşallah sınava kadar geometri ve problemlerle beraber 25-30 net yaparım.



Kitabı incelemek ve daha fazlası için QR’i okutunuz.

Tek Kitap

TYT’nin Tamamı

Sadece 7 Gün

3.Gün | İntegral

İntegral Egzersizleri - 4

Aşağıda verilen belirli integralleri değişken değiştirme yöntemini kullanarak çözünüz.

$$1) \int_0^1 2x(x^2+1)^3 dx =$$

$$5) \int_0^1 (15x^2 \cdot \sqrt{x^3}) dx =$$

$$2) \int_1^3 \frac{x-1}{(x^2-2x+3)^2} dx =$$

$$6) \int_2^3 3(2x-4) \cdot (x^2-4x+5)^2 dx =$$

$$3) \int_0^1 \frac{x+2}{(x^2+4x+1)^2} dx =$$

$$7) \int_{-1}^1 \frac{x^2}{(x^3+2)^3} dx =$$

$$4) \int_0^1 2(2x+2) \cdot (x^2+2x+1) dx =$$

$$8) \int_0^1 \left[\frac{3(3x^2+2x)}{(x^3+x^2+1)^2} \right] dx =$$

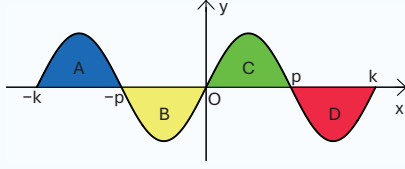
1) $\frac{15}{4}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) $\frac{5}{12}$ 4) 15 5) $\frac{10}{3}$ 6) 7 7) $\frac{4}{27}$ 8) 2

3.Gün | İntegral

İntegral Egzersizleri - 5

Aşağıdaki grafiklerde renkli bölgelerin alanlarını A,B,C,D,E ile gösterilmiştir. Verilen integralleri A,B,C,D,E cinsinden bulunuz.

1



$$\int_{-k}^k |f(x)| dx = A + B + C + D \text{ olduğuna göre;}$$

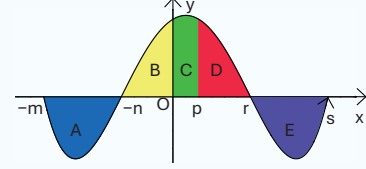
$$\int_{-k}^{-p} f(x) dx =$$

$$\int_0^k f(x) dx =$$

$$\int_{-p}^0 |f(x)| dx + \int_p^k f(x) dx =$$

$$\int_{-k}^{-p} f(x) dx - \int_0^k f(x) dx =$$

3



$$\int_{-m}^s |f(x)| dx = A + B + C + D + E \text{ olduğuna göre;}$$

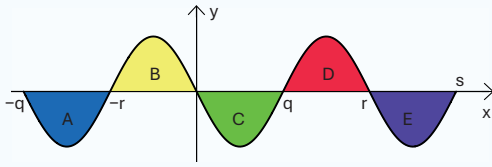
$$\int_{-n}^p |f(x)| dx =$$

$$\int_{-m}^p f(x) dx - \int_r^s f(x) dx =$$

$$\int_0^p f(x) dx - \int_0^s |f(x)| dx =$$

$$\int_p^s f(x) dx + \int_p^r f(x) dx =$$

2



$$\int_{-q}^s |f(x)| dx = A + B + C + D + E \text{ olduğuna göre;}$$

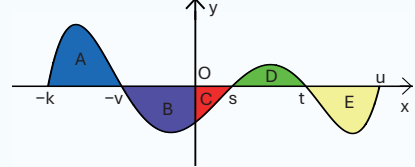
$$\int_q^r f(x) dx =$$

$$\int_{-r}^0 f(x) dx - \int_{-q}^0 |f(x)| dx =$$

$$\int_0^q |f(x)| dx + \int_r^s f(x) dx =$$

$$\int_{-q}^{-r} f(x) dx - \int_q^s f(x) dx =$$

4



$$\int_{-k}^u |f(x)| dx = A + B + C + D + E \text{ olduğuna göre;}$$

$$\int_{-v}^s |f(x)| dx =$$

$$\int_0^t |f(x)| dx - \int_{-v}^0 f(x) dx =$$

$$\int_{-k}^s f(x) dx + \int_t^u f(x) dx =$$

$$\int_0^s f(x) dx + \int_{-v}^0 |f(x)| dx =$$

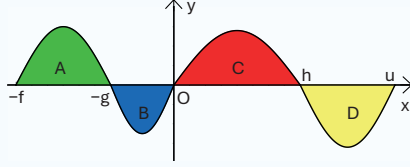
1) (A), (C - D), (B - D), (A - C + D) 2) (D), (-A), (C - E), (-A - D + E) 3) (B + C), (-A + B + C + E), (-D - E), (2D - E) 4) (B + C), (C + D + B), (A - B - C - E), (-C + B)

3.Gün | İntegral

İntegral Egzersizleri - 6

Aşağıdaki grafiklerde renkli bölgelerin alanlarını A,B,C,D,E ile gösterilmiştir. Verilen alanları integral cinsinden bulunuz.

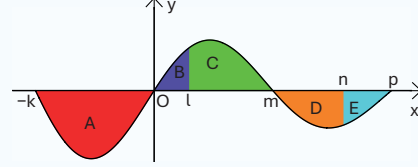
1



$$\int_{-f}^u |f(x)| dx = A + B + C + D \text{ olduğuna göre;}$$

- $A + B =$
- $C - D =$
- $A - C =$

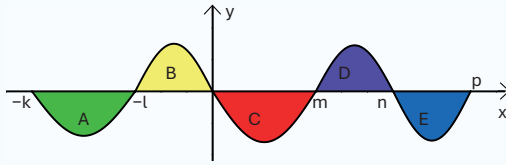
3



$$\int_{-k}^p |f(x)| dx = A + B + C + D + E \text{ olduğuna göre;}$$

- $D + E =$
- $C - D =$
- $B - E =$

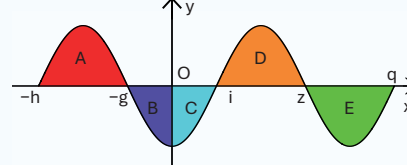
2



$$\int_{-k}^p |f(x)| dx = A + B + C + D + E \text{ olduğuna göre;}$$

- $A + B =$
- $A - C =$
- $B - C =$

4



$$\int_{-h}^q |f(x)| dx = A + B + C + D + E \text{ olduğuna göre;}$$

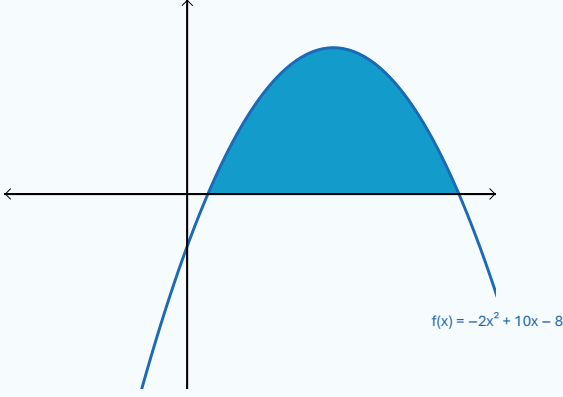
- $D - C =$
- $B + C =$
- $B - E =$

$$\begin{aligned} \text{1) } & \int_{-f}^{-g} f(x) dx - \int_{-g}^0 f(x) dx \quad \left| \int_0^u f(x) dx \right| \quad \int_{-f}^{-g} f(x) dx - \int_0^h f(x) dx \quad \text{2) } - \int_{-k}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx \quad \left| - \int_{-k}^{-1} f(x) dx + \int_0^m f(x) dx \right| \quad \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^m f(x) dx \\ \text{3) } & - \int_m^p f(x) dx \quad \left| \int_l^n f(x) dx \right| \quad \int_0^l f(x) dx + \int_n^p f(x) dx \quad \text{4) } \int_0^i f(x) dx \quad \left| - \int_{-g}^{-1} f(x) dx \right| \quad - \int_{-g}^{-1} f(x) dx + \int_z^q f(x) dx \end{aligned}$$

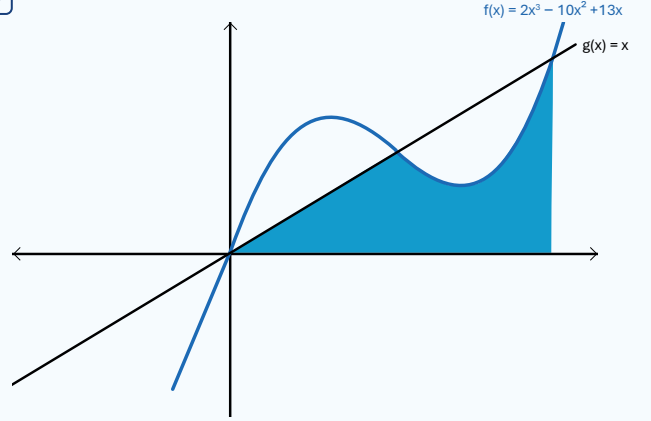
3.Gün | İntegral**İntegral Egzersizleri - 7**

Aşağıda fonksiyonu verilen grafiklerde renkli bölgelerin alanlarını hesaplayınız.

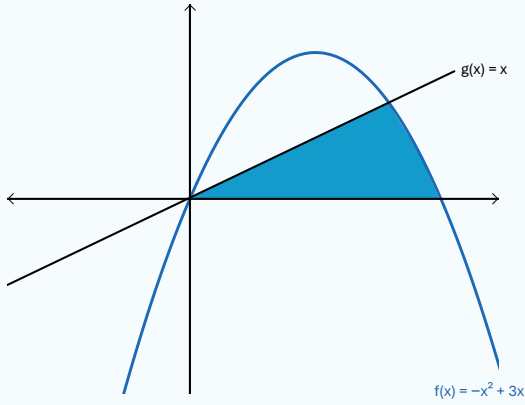
1



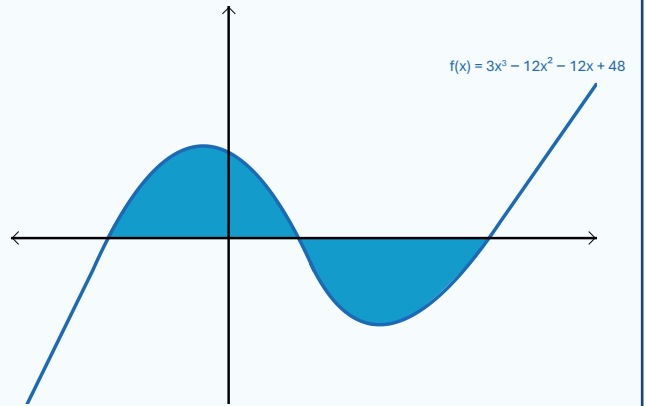
3



2



4



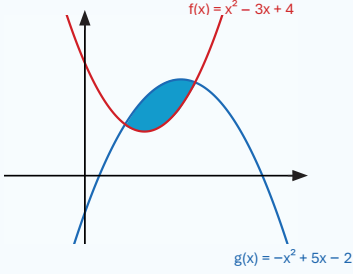
1) 9 2) $\frac{19}{6}$ 3) $\frac{11}{3}$ 4) 148

3.Gün | İntegral

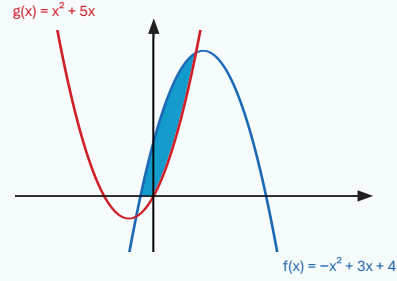
İntegral Egzersizleri - 8

Aşağıda taralı alanların değerlerini bulunuz.

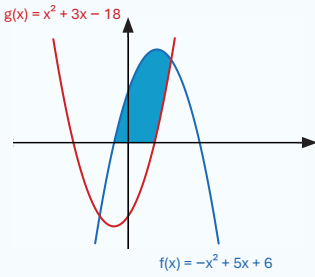
1



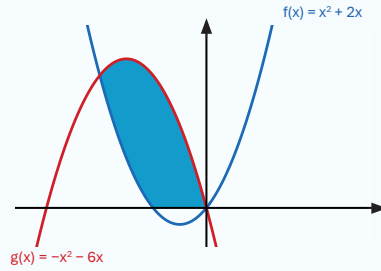
3



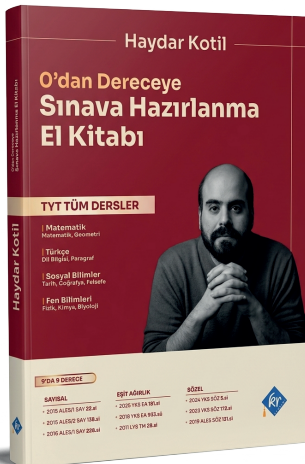
2



4



$$1) \int_1^3 [g(x) - f(x)] dx \quad 2) \int_{-1}^4 f(x) dx - \int_3^4 g(x) dx \quad 3) \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx \quad 4) \int_{-4}^0 g(x) dx - \int_{-4}^{-2} f(x) dx$$



“TYT konu eksiklerinizi tamamlamak için kalan sürede en büyük yardımcınız.”

O kadar iyi geldin ki abi tam zamanında yetiştin yine. Kitap 1 haftadan fazladır elimde matematikteki gelişimim hızlanmam ve sayılarlar aram düzeldi şuan çıkmış her soruyu çözebilecek durumdayım fen kısmı o kadar yeterli ki her gün bile yapabileceğiniz türden teşekkürler abi.



Kitabı incelemek ve daha fazlası için QR'ı okutunuz.

Tek Kitap

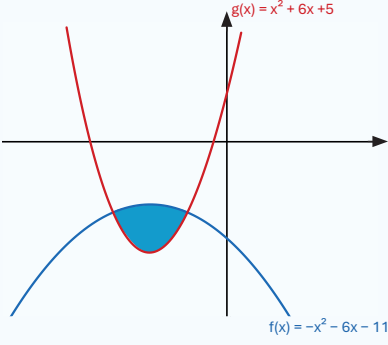
| TYT'nin Tamamı

| Sadece 7 Gün

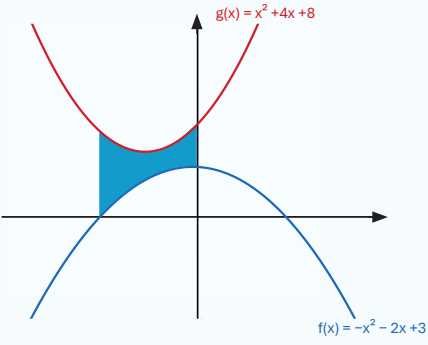
3.Gün | İntegral**İntegral Egzersizleri - 9**

Aşağıda fonksiyonu verilen grafiklerde renkli bölgelerin alanlarını hesaplayınız.

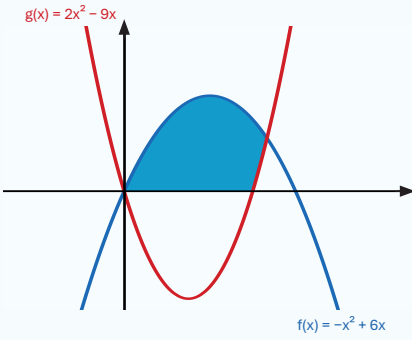
1



2



3



1) $\frac{8}{3}$ 2) $\frac{257}{8}$ 3) $\frac{257}{8}$